0.1 דוגמה 1 - מטריצת היחידה

ניקח $A = I_n$, ונחפש את $spec\left(A\right)$. נבדוק בשתי שיטות:

0.1.1 שיטה ראשונה - חישוב ישיר

נניח ש־$I_n v = \lambda v$. מכאן, $v = \lambda v$, כלומר $\lambda = 1$, כלומר $spec\left(I_n\right) = \{1\}$.

0.1.2 שיטה שנייה - לפי המשפט

נשים לב כי $\lambda I - A = \begin{pmatrix} \lambda - 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda - 1 \end{pmatrix}$. לכן, $\det\left(\lambda I - A\right) = \left(\lambda - 1\right)^n$ אם כן, $\left(\lambda - 1\right)^n = 0 \Leftrightarrow \lambda = 1$, ולכן $spec\left(I_n\right) = \{1\}$.

לסיכום, הערך העצמי של מטריצת היחידה הוא 1, ומהחישוב שבחלק הראשון גילינו שכל הווקטורים הם וקטורים עצמיים שלו. זה אכן מתאים לדברים המוכרים - כל וקטור הכופלים במטריצת היחידה נשאר עצמו, המתיחה היא תמיד פי 1.

0.2 דוגמה 2 - מטריצה אלכסונית כללית

נסמן $A = D = \begin{pmatrix} \alpha_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \alpha_n \end{pmatrix}$

נרצה לדעת מהו $spec\left(D\right)$. על פי המשפט, נסתכל על $\lambda I - D$:

$$\lambda I - D = \begin{pmatrix} \lambda - \alpha_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda - \alpha_n \end{pmatrix}.$$

הדטרמיננטה: $\det\left(\lambda I - A\right) = \prod_{i=1}^{n}\left(\lambda - \alpha_i\right) = 0 \Leftrightarrow \lambda = \alpha_1, \ldots, \alpha_n$.

קיבלנו ש־$spec\left(D\right) = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}$.

אכן, גם את התוצאה הזו יכולנו לצפות מראש! מטריצה אלכסונית מותחת בדיוק את וקטורי היחידה, $e_1, \ldots, e_n$ פי $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ בהתאמה.

0.3 דוגמה שלישית - מטריצה משולשית עליונה

ניקח $A = T = \begin{pmatrix} \alpha_1 & & \star \\ & \ddots & \\ 0 & & \alpha_n \end{pmatrix}$ מטריצה משולשית עליונה.

על פי הוכחה דומה לזו של מטריצה אלכסונית - מקבלים $spec\left(T\right) = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}$.

0.4 דוגמה רביעית

ניקח מעל $\mathbb{F} = \mathbb{R}$ את המטריצה $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. אזי $\lambda I - A = \begin{pmatrix} \lambda & -1 \\ 1 & \lambda \end{pmatrix}$.

לפי חישוב, $\det\left(\lambda I - A\right) = \lambda^2 + 1 = 0$, אבל למשוואה זו אין פתרונות ב־$\mathbb{R}$.

אם כן, $spec\left(A\right) = \emptyset$.