

נתחיל ממשפט, המוכר מהלימודים כבר בתיכון. אנו יודעים כי אם יש לנו שני פולינומים, אפשר לחלק אחד בשני, ולקבל מנה ושארית. המשפט הבא מנסח את הטענה באופן כללי:

משפט 1. יהיו $f(x), g(x) \in \mathbb{F}[x]$ פולינומים, $\deg(f) \geq 1, \deg(g) \geq 1$ כזכור, $\deg =$ הדרגה של הפולינום. אזי קיימים פולינומים $q(x)$ (המנה) ו- $r(x)$ (השארית) שעבורם:

$$f(x) = q(x)g(x) + r(x) \quad .1$$

$$\deg(r) < \deg(g) \text{ או } r(x) = 0 \quad .2$$

לא נוביח את המשפט בקורס זה.

הערה 1. בתנאי השני, הסיבה למקרה $r(x) = 0$ היא ש- $\deg(0)$ אינו מוגדר.

2. אם $\deg(f) < \deg(g)$, אז החלוקה הינה $f(x) = 0 \cdot g(x) + f(x)$.

3. השוויון בתנאי הראשון הוא שוויון פולינומים (ולא רק של קבוצות הערכים שלהם). בדוגמה הבאה נראה דוגמה לשני פולינומים שונים, המקבלים אותה קבוצת ערכים.

דוגמה 1. נדגים שני פולינומים שונים עם אותן קבוצות ערכים, זאת אומרת $f \neq g$, אבל לכל $x \in \mathbb{F}$ מתקיים $f(x) = g(x)$. עבור השדה $\mathbb{F} = \mathbb{Z}_2$, הפולינומים $f(x) = x$ ו- $g(x) = x^2 - 1$ מקיימים את הדרישות האלו.

דוגמה 2. נדגים את חלוקת הפולינומים $f(x) = x^3 - 2$ ב- $g(x) = x^2 + 2x + 4$.

$$\begin{array}{r} x^3 \\ \underline{x^3 - 2x^2} \\ 2x^2 \\ \underline{2x^2 + 4x} \\ 4x - 2 \\ \underline{4x - 8} \\ 6 \end{array}$$