

משפט 1. יהי $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ ונניח ש-
 א. הסכי"ח של $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ חסומה.
 ב. $a_n \searrow 0$ (יורדת מונוטונית ל-0)
 אזי הטור מתכנס

הערה 1. המשפט הזה מכיל את מבחן לייבניץ, שם האיברים הם מהצורה $(-1)^n c_n$ כש-
 c_n יורדת מונו' ל-0 וקל לראות שהסכי"ח של $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$ חסומה.

הוכחה. באמצעות קריטריון קושי
 נסמן את הסכי"ח של $\sum b_n$ בתור B_n (מתקיים ש- $B_n - B_{n-1} = b_n$).
 נסמן את הסכי"ח של $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ ב- S_n ואז מתקיים ש-

$$S_n = a_{n+1} B_n + \sum_{k=0}^n B_k (a_k - a_{k+1})$$

(סכום טלסקופי). כיוון ש- B_n חסומה ו- a_{n+1} שואפת ל-0, כל הביטוי השמאלי שואף ל-0. מצד שני, a_n מונוטונית יורדת ולכן $a_k - a_{k+1} \geq 0$ ומותר להשתמש במבחן ההשוואה הראשון:

$\sum_{k=0}^n |B_k (a_k - a_{k+1})| \leq M \sum_{k=0}^n a_k - a_{k+1}$ וזהו טור טלסקופי ששואף ל- Ma_0
 ולכן מתכנס. ממבחן ההשוואה נקבל שהחלק הימני של המשוואה של S_n מתכנס גם הוא
 ולכן הטור מתכנס. \square