

**משפט 1.** יהי  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} c_n$  כאשר  $c_n$  חיובית ויורדת מונוטונית ל-0 אזי הטור מתכנס.

הוכחה. נסתכל על הס"ח  $S_n$ . מתקיים ש-  $S_{2m+2} = S_{2m} + c_{2m+1} - c_{2m+2}$  ומשום ש-  $c_n \searrow 0$  נקבל ש-  $S_{2m+2} \geq S_{2m}$  ומכאן ש-  $S_{2n}$  סדרה מונו' עולה. בנוסף לכל  $n$  מתקיים ש-

$$S_{2n} = c_1 - c_2 + c_3 - c_4 + \dots - c_n = c_1 - (c_2 - c_3) - \dots - (c_{2m-2} - c_{2m-1}) - c_{2m} \leq c_1$$

כי כל אחד מהאיברים בסוגריים הוא אי שלילי (הסדרה  $c_n$  מונו' יורדת). מכאן ש-  $S_{2n}$  מונו' עולה וחסומה מלעיל ולכן מתכנסת. באותו אופן אפשר להראות על האי זוגיים שהם מתכנסים לאותו גבול. כיוון ש-  $a_{2n} \rightarrow L \wedge a_{2n-1} \rightarrow L \Leftrightarrow a_n \rightarrow L$ , הטור מתכנס.  $\square$

**דוגמה 1.** הטור  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \dots$  מתכנס לפי מבחן לייבניץ (הטור הזה נקרא טור לייבניץ) אבל לא מתכנס בהחלט משום שטור הערכים המוחלטים של הסדרה המתאימה זהו הטור ההרמוני.