

**משפט 1.** נתון הטור  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  שכל איבריו חיוביים. נסמן  $q = \overline{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}}$  אזי מתקיים:

1. אם  $q > 1$  (גם אינסופי זה בסדר) הטור מתבדר

2. אם  $q < 1$  אז הטור מתכנס

הוכחה. 1. גבול עליון הוא גבול חלקי, ולכן קיימת תת סדרה כך ש-

$$\exists k_0 \forall k > k_0 : \sqrt[n_k]{a_{n_k}} > 1$$

ולכן  $1 < a_{n_k} < k_0$  וזו  $a_n \not\rightarrow 0$ . כלומר הטור לא יכול להתכנס.

2.  $\exists n_0 \forall n > n_0 : \sqrt[n]{a_n} < q'$  עבור  $1 < q' < q$  ולכן  $\forall n > n_0 a_n < q'^n$ . ממבחן השוואה הראשון משום ש-  $\sum q'^n$  מתכנס אז גם הטור שלנו.

□

**דוגמה 1.** כמו במבחן דלאמבר, גם פה הטור  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  מתכנס/מתבדר כתלות ב-  $p$  אבל הגבול הרצוי ממבחן השורש של קושי הוא 1, מה שמראה שגבול 1 לא מבטיח התכנסות ולא התבדרות.