משפט 1. *נתון טור* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *שכל איבריו חיוביים. נניח שקיים*

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln(a_n)}{\ln(n)} = \lim_{n\to\infty} \log_n \frac{1}{a_n} = \alpha$$

(אם הטור הזה מועמד להתכנסות אז האיבר הכללי שואף ל-0 ולכן אפשר לראות שבכל מקרה α *חייב להיות חיובי במקרה זה).*

1. *אם* $\alpha > 1$ *(גם אינסופי זה בסדר) הטור מתכנס*
2. *אם* $\alpha < 1$ *הטור מתבדר*

הוכחה. 1. $\log_n \frac{1}{a_n} > \alpha'$: $\exists_{n_0} \forall_{n>n_0}$ עבור $1 < \alpha' < \alpha$.
קיבלנו $\frac{1}{a_n} > n^{\alpha'}$ ואז כמובן $\frac{1}{n^{\alpha'}} > a_n$ והטור $\sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha'}}$ מתכנס (הוכחנו כשדיברנו על מבחן העיבוי) ולכן, ממבחן ההשוואה הראשון, הטור שלנו מתכנס

2. ההוכחה אנלוגית ממש רק שניקח $\alpha < \alpha' < 1$ ונקבל טור שהוכחנו שהוא מתבדר כשדיברנו על מבחן העיבוי.

□

דוגמה 1. האם הטור הבא מתכנס או מתבדר?

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^{\ln(\ln(n))}}$$

פתרון: נראה כי $\lim_{n\to\infty} \log_n(n^{\ln(\ln(n))}) = \lim_{n\to\infty} \ln(\ln(n)) = \infty$ ולכן ממבחן לוגריתמי הטור מתכנס