

טענה:

אם $n \geq 2$, אזי J_λ איננה לכסינה.

הוכחה:

נחפש ו"ע של $J_n(\lambda)$. יהי $v = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ ו"ע של $J_n(\lambda)$. הוא הע"ע היחיד של

$J_n(\lambda)$ (כי הוכחנו כאשר דיברנו על ע"ע שעבור מטריצה משולשת, הע"ע הם האיברים שעל האלכסון הראשי שלה). נשים לב:

$$J_n(\lambda)v = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & & 0 \\ & \lambda & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ 0 & & & \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda\alpha_1 + \alpha_2 \\ \vdots \\ \lambda\alpha_{n-1} + \alpha_n \\ \lambda\alpha_n \end{pmatrix} = \lambda v = \begin{pmatrix} \lambda\alpha_1 \\ \vdots \\ \lambda\alpha_{n-1} \\ \lambda\alpha_n \end{pmatrix}$$

קיבלנו מערכת משוואות:

$$\begin{cases} \lambda\alpha_1 + \alpha_2 = \lambda\alpha_1 \\ \vdots \\ \lambda\alpha_{n-1} + \alpha_n = \lambda\alpha_{n-1} \\ \lambda\alpha_n = \lambda\alpha_n \end{cases} \Rightarrow \alpha_2 = \dots = \alpha_n = 0$$

לכן כל ו"ע של $J_n(\lambda)$ הוא מהצורה $v = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$, אבל $V_\lambda(J_n(\lambda)) = \{v \in \mathbb{F}^n \mid J_n(\lambda)v = \lambda v\}$

מרחב וקטורי ממימד 1, לכן למרחב הוקטורי \mathbb{F}^n אין בסיס המורכב מו"ע של $J_n(\lambda)$, ולכן $J_n(\lambda)$ אינו לכסי.

בעצם, מה הפריע לנו? לא היו מספיק וקטורים עצמיים לערך העצמי λ . בלוק ז'ורדן הוא דוגמה חשובה, והיא תחזור בהמשך הקורס ותקבל תפקיד משמעותי ביותר.