

הגדרה 1. באופן אינטואיטיבי, הערך המוחלט של מספר ממשי הוא המרחק שלו מ-0.

$$|7| = |-7| = 7$$

ההגדרה המדויקת של הערך המוחלט היא:

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases} = \sqrt{x^2}$$

הערה 1 (תכונות בסיסיות של ערך מוחלט).

$$\forall x : |x| = |-x| \quad .1$$

$$\forall x : |x| \geq 0 \quad .2$$

$$x = 0 \Leftrightarrow |x| = 0 \quad .3$$

$$\forall x, y : |x \cdot y| = |x| \cdot |y| \quad .4$$

$$\forall x : x \leq |x| \quad .5$$

הערה 2. המרחק בין x ל- y הוא $|x - y|$. נשים לב שזה כמובן כמו המרחק בין y ל- x , שלפי ההגדרה הזו הוא $|y - x|$.

משפט 1 (אי שיויון המשולש).

$$\forall x, y : |x + y| \leq |x| + |y|, ||x| - |y|| \leq |x - y|$$

הערה 3 (תכונות בסיסיות של אי שיויונים).

$$x \leq y \Leftrightarrow -x \geq -y \quad .1$$

$$x^2 \leq y^2 \text{ אם ורק אם } x \leq y \text{ אזי } 0 \leq x, y \quad .2$$

$$0 < x, y \text{ אזי } x \leq y \text{ אם ורק אם } \frac{1}{x} \geq \frac{1}{y} \quad .3$$

הערה 4 (ערך מוחלט ואי שיויונים). נניח $L \geq 0$ אזי

$$|x| \leq L \Leftrightarrow -L < x < L \quad .1$$

$$|x| \geq L \Leftrightarrow x \geq L \text{ or } x \leq -L \quad .2$$