

נניח שיש לנו מטריצה נורמלית. ננסה לבדוק מהו הקשר בין הערכים העצמיים והווקטורים העצמיים שלה לבין אלו של המטריצה הצמודה לה.

משפט 1. אם A מטריצה נורמלית, λ ערך עצמי של A ו- v וקטור עצמי של A הקשור ל- λ , אזי v הוא גם וקטור עצמי של A^* הקשור ל- $\bar{\lambda}$.

הוכחה. נתון כי A נורמלית. נוכיח כי $\lambda I - A$ גם היא נורמלית:

$$(\lambda I - A)(\lambda I - A)^* = (\lambda I - A)(\bar{\lambda}I - A^*) = \lambda\bar{\lambda}I - \bar{\lambda}AI - \lambda IA^* + AA^* = |\lambda|^2 I - \bar{\lambda}A - \lambda A^* + AA^*$$

$$(\lambda I - A)^*(\lambda I - A) = (\bar{\lambda}I - A^*)(\lambda I - A) = \bar{\lambda}\lambda I - \lambda A^*I - \bar{\lambda}IA + A^*A = |\lambda|^2 I - \bar{\lambda}A - \lambda A^* + A^*A$$

ויש שוויון בין שני הביטויים, כי A נורמלית.
אם כן, מתקיים:

$$Av = \lambda v \Rightarrow (\lambda I - A)v = 0 \Rightarrow \|(\lambda I - A)v\| = \|0\| = 0$$

אבל $\lambda I - A$ נורמלית, ולכן מתקיים:

$$\|(\lambda I - A)v\| = 0 \Rightarrow \|(\lambda I - A)^*v\| = 0 \Rightarrow (\lambda I - A)^*v = 0 \Rightarrow (\bar{\lambda}I - A^*)v = 0 \Rightarrow A^*v = \bar{\lambda}v$$

□