

לפעמים משני צידי נקודה x_0 הפונקציה מתנהגת באופן שונה לגמרי ובין היתר קצב השינוי בפונקציה נראה שונה משני הצדדים. לדוגמה במקרה של מכונית שנוסעת בקצב קבוע ואז פתאום תנועתה נעצרת. לפני רגע העצירה הפתאומית השינוי במיקומה לפי הזמן היה המהירות אבל אחרי העצירה הפתאומית השינוי הוא 0. כדי להבחין בהבדל בשינוי לפני ואחרי נק' שבהן קורים דברים "פתאומיים" מגדירים את הנגזרות החד צדדיות:

$$f'_-(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \text{ ואת } f'_+(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

להיות הנגזרות החד צדדיות (נגזרת מימין ומשמאל) של $f(x)$

דוגמה:

$$f(x) = |x| \Rightarrow f'_+(0) = \frac{x-0}{x-0} = 1, f'_-(0) = \frac{-x-0}{x-0} = -1$$

לראות מזה מדוע אין נגזרת בנקודה $x = 0$ לפונקציית הערך המוחלט.

משפט 1. $f'(x_0)$ קיים אם ורק אם קיימות הנגזרות החד צדדיות (והן שוות לנגזרת).

הוכחה. ראינו כי גבול קיים אם ורק אם הגבולות החד צדדיים שווים, בפרט לפונקציה $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

□