הגדרה 1. נניח $f:A\to\mathbb{R}$ לא רציפה ב-a (במקרה הזה נהוג להגיד ש- a נק' אי רציפות) ואז לא נכון לומר שקיים $\lim_{x\to a}f(x)$ ששווה ל- $f(a)$.
במקרה הזה קיימות 3 אפשרויות:

1. קיים הגבול $\lim_{x\to a}f(x)$ (ובפרט קיימים הגבולות החד צדדיים והם שווים) אבל הוא שונה מ-$f(a)$. במקרה זה אומרים ש-a נק' אי רציפות סליקה (או "סוג אפס").
2. לא קיים הגבול, אבל קיימים הגבולות החד צדדיים $\lim_{x\to a^+}f(x),\lim_{x\to a^-}f(x)$ (ואז זה אומר שהם שונים). במקרה הזה אומרים ש- a נק' אי רציפות מסוג ראשון.
3. לפחות אחד הגבולות החד צדדיים לא קיים. במקרה זה אומרים ש- a נק' אי רציפות מסוג שני

משפט 1. *לפונקציה מונוטונית $f:(a,b)\to\mathbb{R}$ יכולות להיות נק אי רציפות מסוג ראשון בלבד*

הוכחה. נניח בה"כ ש- f מונוטונית עולה ונראה כי

$$\lim_{x\to x_0^-}f(x)=\sup_{x\in(a,x_0)}f(x)\le f(x_0),\ \lim_{x\to x_0^+}f(x)=\inf_{x\in(x_0,b)}\ge f(x_0)$$

ולכן הגבולות החד צדדיים קיימים.
אבל אם הם שווים ושונים מ- $f(x_0)$ נגיע לסתירה משום שאם נניח בה"כ ש- $\lim_{x\to x_0}f(x)>f(x_0)$ אז קיים δ כך ש- $\forall x:0<x_0-x<\delta$ מתקיים ש-

$$\left(\lim_{x\to x_0}f(x)\right)-f(x)\le\left(\lim_{x\to x_0}f(x)\right)-f(x_0)\Rightarrow f(x_0)\le f(x)$$

למרות ש- $x<x_0$ וזה בסתירה למונוטוניות של f □