

**הגדרה 1.** אומרים ש-  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  רציפה בנקודה  $a$  אם קיים  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  והוא שווה ל-  $f(a)$ . האינטואיציה מאחורי זה היא שאפשר לצייר את גרף הפונקציה בלי להרים את העט מהדף. בהגדרת הגבול של קושי ההגבלה  $0 < |x - a| < \delta$  מתחלף ב-  $|x - a| < \delta$  (כי מותר ש-  $x = a$ ) ובהגדרת הגבול של היינה כל סדרה ששואפת ל-  $a$  בסדר, לא רק סדרות שתמיד שונות מ-  $a$

**משפט 1.** אריתמטיקה של רציפות: אם  $f, g$  רציפות ב-  $a$  אזי גם הפונקציות הבאות רציפות ב-  $a$ :

1.  $\alpha f + \beta g$  עבור  $\alpha, \beta$  קבועים ממשיים.

2.  $f \cdot g$

3.  $\frac{f}{g}$  בהנחת העובדה ש-  $g(a) \neq 0$

□ הוכחה. נשתמש פשוט באריתמטיקה של גבולות ונקבל את הדרוש

**משפט 2.** תהיינה  $f : A \rightarrow B, g : B \rightarrow \mathbb{R}$  ונניח ש-  $f(x)$  רציפה ב-  $a$  ו-  $g(x)$  רציפה ב-  $f(a)$  אזי  $h = g \circ f$  רציפה ב-  $a$

□ הוכחה. נשתמש בעקרון היינה: נניח  $x_n \rightarrow a$  ולכן  $f(x_n) \rightarrow f(a)$  ומכאן ש-  $h(x_n) = g(f(x_n)) = g(y_n) \rightarrow g(f(a)) = h(a)$  ומהגדרת הגבול של היינה נקבל ש-  $h$  רציפה ב-  $a$