

בחלק זה אנחנו הולכים להוכיח גבול מאוד חשוב שיעזור לנו בהמשך, גבול מהצורה  $\frac{0}{0}$ .

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \text{משפט 1.}$$

הוכחה. זוהי פונקציה זוגית ולכן אפשר להסתכל רק על התחום  $x > 0$ . נסתכל על קשת מעגל היחידה עם זווית מרכזית של  $x$  ונראה כי מתקיים:

$$\sin(x) \leq x \leq \tan(x) \Rightarrow 1 < \frac{x}{\sin x} < \frac{\tan x}{\sin x} = \frac{1}{\cos x}$$

ומשום שהקצוות שואפים ל-1 כש- $x \rightarrow 0$ , ממשפט הסנדוויץ' נקבל שגם  $\frac{x}{\sin x}$  שואף ל-1.

□ 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \frac{1}{1} = 1$$

האמת, אי השיויון הזה הוא ציורי וכשמראים אותו פשוט אומרים שזה נראה נכון בעין. כמוכן שזוהי רמאות מתמטית מדרגה ראשונה, ועל כן גדי מהבלוג המתמטי הידוע "לא מדויק" כתב את הפוסט "הונאה מעבר לגבול". קריאה מומלצת למי שמרגיש מרומה, אך שימו לב כי זה עלול להיות קצת כבד, נסו לא להתע.