

משפט 1. תהי $f \in D(a, b)$ כך ש- $|f'(x)| \leq M \forall x \in (a, b)$ אזי f רבמ"ש ב- (a, b)

הוכחה. אם $M = 0$ הפונקציה קבועה ואז רבמ"ש. אחרת, יהי $\varepsilon > 0$ וניקח $\delta = \frac{\varepsilon}{M}$ ואז נראה שעבור $|x' - x''| < \delta$ מתקיים

$$|f(x') - f(x'')| \leq M(x' - x'') < M\delta = \varepsilon$$

□

דוגמה 1. $f(x) = \sqrt{x}$ רציף במ"ש ב- $[0, \infty)$. הסבר:

f רציפה במ"ש ב- $[0, 1]$ משום שרציפה על קטע סגור ואז לפי קנטור רבמ"ש שם.
 f רציפה במידה שווה ב- $[1, \infty)$ משום ש- $\frac{1}{2\sqrt{x}} < \frac{1}{2}$ ואז הנגזרת חסומה.
לכן f רבמ"ש על איחוד הקטעים וסיימנו.