

משפט 1. נניח $f : (a, b) \rightarrow (c, d)$ הפיכה, כלומר קיימת $f^{-1} : (c, d) \rightarrow (a, b)$. נניח ש- f גזירה ב- x_0 אזי f^{-1} גזירה ב- $f(x_0)$ ומתקיים $f^{-1'}(f(x_0)) = \frac{1}{f'(x_0)}$. הוכחה.

$$(f^{-1}(f(x)))' = x' = 1 \Rightarrow f^{-1'}(f(x_0)) \cdot f'(x_0) = 1 \Rightarrow f^{-1'}(f(x_0)) = \frac{1}{f'(x_0)}$$

□

דוגמה 1. \sin באופן כללי לא חח"ע אבל צמצום הפונקציה אל $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ " $\arcsin : [-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ מה הנגזרת שלה?

$$\arcsin'(\sin(x)) = \frac{1}{\cos x} \Rightarrow \arcsin'(x) = \frac{1}{\cos \arcsin(x)} = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$