

הגדרה 1. אומרים ש- $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ רציפה בנקודה a אם קיים $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ והוא שווה ל- $f(a)$. האינטואיציה מאחורי זה היא שאפשר לצייר את גרף הפונקציה בלי להרים את העט מהדף. בהגדרת הגבול של קושי ההגבלה $0 < |x - a| < \delta$ מתחלף ב- $|x - a| < \delta$ (כי מותר ש- $x = a$) ובהגדרת הגבול של היינה כל סדרה ששואפת ל- a בסדר, לא רק סדרות שתמיד שונות מ- a

משפט 1. אריתמטיקה של רציפות: אם f, g רציפות ב- a אזי גם הפונקציות הבאות רציפות ב- a :

1. $\alpha f + \beta g$ עבור α, β קבועים ממשיים.

2. $f \cdot g$

3. $\frac{f}{g}$ בהנחת העובדה ש- $g(a) \neq 0$

□ הוכחה. נשתמש פשוט באריתמטיקה של גבולות ונקבל את הדרוש

משפט 2. תהיינה $f : A \rightarrow B, g : B \rightarrow \mathbb{R}$ ונניח ש- $f(x)$ רציפה ב- a ו- $g(x)$ רציפה ב- $f(a)$ אזי $h = g \circ f$ רציפה ב- a

□ הוכחה. נשתמש בעקרון היינה: נניח $x_n \rightarrow a$ ולכן $f(x_n) \rightarrow f(a)$ ומכאן ש- $h(x_n) = g(f(x_n)) = g(y_n) \rightarrow g(f(a)) = h(a)$ ומהגדרת הגבול של היינה נקבל ש- h רציפה ב- a