משפט 1. *הגדרות הגבול של קושי והיינה שקולות.*
במילים אחרות, $\lim_{x\to a} f(x) = L$ *לפי קושי אם ורק אם* $\lim_{x\to a} f(x) = L$ *לפי היינה*

הוכחה. $\boxed{\Leftarrow}$
תהי x_n סדרה לא טריוויאלית ששואפת ל-a, נרצה להוכיח ש- $f(x_n) \to L$.
יהי אפסילון גדול מ-0, לפי הגדרת הגבול של קושי קיים $\delta > 0$
כך שלכל x ש- $0 < |x-a| < \delta$ מתקיים ש- $|f(x) - L| < \varepsilon$. נחזור לסדרה:

$$x_n \to a \Rightarrow \exists N \forall n > N : |x_n - a| < \delta$$

ולכן אם ניקח את ה-N הזה יתקיים ש- $\forall n > N : |f(x_n) - L| < \varepsilon$.
$\boxed{\Rightarrow}$
נניח בשלילה ש-L לא גבול לפי קושי למרות שהוא גבול לפי היינה. אזי

$$\exists \varepsilon > 0 \forall \delta > 0 \exists x : |x - a| < \delta \wedge |f(x) - L| \geq \varepsilon$$

זה נכון **לכל** דלתא, אז ניקח סדרת דלתות $\delta_n = \frac{1}{n}$ ומהשורה הקודמת לכל דלתא קיים x_n שמקיים

$$|x_n - a| < \delta \wedge |f(x_n) - L| \geq \varepsilon$$

ואז מתקיים ש- $x_n \to a$ אבל $f(x_n) \not\to L$

$\square$