1.0 התכנסות בהחלט

הגדרה 1. אומרים שהטור $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתכנס בהחלט אם $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ מתכנס.

משפט 1. *טור מתכנס בהחלט הוא מתכנס.*

הוכחה. נוכיח עם קריטריון קושי. יהי אפסילון גדול מ-0, אז אנחנו יודעים ש-

$$\exists_N \forall_{n>m>N} \left| \sum_{k=m}^{n} |a_k| \right| < \epsilon$$

אם כך, $|\sum_{k=m}^{n} a_k| \leq \sum_{k=m}^{n} |a_k|$ פשוט מאי שיוויון המשולש, וכיוון שכל האיברים בסכום חיוביים זה בדיוק שווה ל- $|\sum_{k=m}^{n} |a_k||$ שקטן מאפסילון. אם קח, ניקח את ה- N שאנחנו מחפשים כדי להוכיח שזה סדרת קושי פשוט להיות אותו N וסיימנו! $\square$

דוגמה 1. הטור $\frac{\sin 2^n}{n^2}$ מתכנס $\sum_{n=1}^{\infty}$ משום ש- $\sum_{n=1}^{\infty} |\frac{\sin 2^n}{n^2}| \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ וממבחן ההשוואה הראשון, הטור מתכנס בהחלט, לכן מתכנס.

2.0 התכנסות בתנאי

הגדרה 2. אומרים שהטור $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתכנס בתנאי אם הוא מתכנס אבל לא מתכנס בהחלט.

דוגמה 2. הטור $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \cdots$ מתכנס בתנאי (ראינו שלא מתכנס בהחלט כי טור הערכים המוחלטים זה הטור ההרמוני, למה הוא מתכנס נראה עוד מעט).