

משפט 1. נתון הטור $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ שכל איבריו חיוביים. נסמן $q = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$ אזי מתקיים:

1. אם $q > 1$ (גם אינסופי זה בסדר) הטור מתבדר

2. אם $q < 1$ אז הטור מתכנס

הוכחה. 1. גבול עליון הוא גבול חלקי, ולכן קיימת תת סדרה כך ש-

$$\exists k_0 \forall k > k_0 : \sqrt[k]{a_{n_k}} > 1$$

ולכן $1 < a_{n_k} < k_0$ וזו $a_n \not\rightarrow 0$. כלומר הטור לא יכול להתכנס.

2. $\exists n_0 \forall n > n_0 : \sqrt[n]{a_n} < q' < 1$ עבור $q < q' < 1$ ולכן $\forall n > n_0 a_n < q'^n$. ממבחן השוואה הראשון משום ש- $\sum q'^n$ מתכנס אז גם הטור שלנו.

□

דוגמה 1. כמו במבחן דלאמבר, גם פה הטור $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ מתכנס/מתבדר כתלות ב- p אבל הגבול הרצוי ממבחן השורש של קושי הוא 1, מה שמראה שגבול 1 לא מבטיח התכנסות ולא התבדרות.