משפט 1. *נתון טור $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ שכל איבריו חיוביים. נניח שקיים $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = q$ אזי*

1. *אם $q < 1$ הטור מתכנס*
2. *אם $q > 1$ (אפשר גם אינסופי) הטור מתבדר*

הוכחה.

1. $\exists_{n_0}\forall_{n\geq n_0} \frac{a_{n+1}}{a_n} < q'$ עבור $q < q' < 1$ ואז $\forall n \geq n_0 : a_{n+1} \leq q' a_n$.
מכאן ש-

$$a_{n+1} \leq a_n \cdot q' \leq a_{n-1} \cdot q'^2 \leq \cdots \leq a_{n_0} \cdot q'^{n+1-n_0} = a_{n_0} q'^{1-n_0} \cdot q'^n$$

נסיק ש- $\sum_{n=n_0}^{\infty} a_n \leq a_{n_0} q'^{1-n_0} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} q'^n$ אבל זהו טור הנדסי שמתכנס, ולכן, ממבחן ההשווא הראשון, נקבל את הדרוש.

2. מוכיחים את זה באופן אנלוגי ל-1 רק שצריך לקחת $1 < q' < q$ ואי השיוויונים מתהפכים.

$\square$

דוגמה 1. אם $q = 1$ אי אפשר לדעת, לדוגמה אם ניקח את הטור $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ אז בכל מקרה נקבל $q = 1$ אבל עבור pים שונים נקבל התכנסות/התבדרות