

**הגדרה 1.** סדרה  $a_n$  נקראת סדרה הנדסית אם  $\exists q \forall n : a_{n+1} = q \cdot a_n$ .

נסמן את הסדרה

$$x_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_1q + a_1q^2 + \dots + a_1q^{n-1} = a_1(1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1})$$

ונשים לב ש-  $x_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$   $\Rightarrow x_n(1 - q) = a_1(1 - q^n)$ . מה הגבול של הסדרה הזאת?

אם  $|q| > 1$  אז  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{q^n - 1}{q - 1} \right| = \infty$

אם  $|q| < 1$  אז  $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$  ואז לפי אריתמטיקה של גבולות,  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n =$

$$\frac{a_1(0-1)}{q-1} = \frac{a_1}{1-q}$$

אם  $q = 1$  אז נשים לב ש-  $a_n = a_1$  ולכן  $x_n = n \cdot a_1$  ולכן חוץ מבמקרה המנוון בו

האיבר הראשון הוא 0, הסדרה לא תתכנס.

אם  $q = -1$  אז  $x_n$  תראה ככה:  $a_1, 0, a_1, 0, \dots$ , ושוב זה לא מתכנס חוץ מבמקרה בו

$$a_1 = 0$$