

הגדרה 1. אומרים שסדרה $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ "עולה מונוטונית" אם $\forall n : x_n \leq x_{n+1}$, במקרה כזה יש כאלה שמסמנים $x_n \nearrow$.
 באופן דומה "יורדת מונוטונית" תהיה סדרה בה $\forall n : x_n \geq x_{n+1}$ ובמקרה כזה יש כאלה שמסמנים $x_n \searrow$.

משפט 1. תהי סדרה $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ כך ש- $\sup x_n = M, \inf x_n = m$. אם $x_n \nearrow$ אז הסדרה מתכנסת ל- M ואם $x_n \searrow$ אז הסדרה מתכנסת ל- m .

הוכחה. נוכיח עבור סדרה מונוטונית עולה, ועבור מונוטונית יורדת ההוכחה אנלוגית. אם $M \in \mathbb{R}$ אז יהי $\epsilon > 0$ לפי תכונה של סופרימום, $\exists n_0 : x_{n_0} > M - \epsilon$ וכיוון שזו סדרה מונוטונית עולה,

$$\forall n > n_0 : M - \epsilon < x_{n_0} \leq x_n \leq M < M + \epsilon$$

ואז $x_n \rightarrow M$

אם $M = \infty$ אז יהי $E \in \mathbb{R}$. מההגדרה של חסם עליון אינסופי, $\exists n_0 : x_{n_0} > E$ וכיוון שזו סדרה מונוטונית עולה, $\forall n > n_0 : E < x_{n_0} \leq x_n$ ואז $x_n \rightarrow \infty = M$.

□