

הגדרה:

אופרטור לינארי $T : V \rightarrow V$ הוא העתקה לינארית מ- V לעצמו.

1.0 הגדרת ערכים עצמיים ווקטורים עצמיים והקשר למטריצות המייצגות

הגדרה:

יהי $T : V \rightarrow V$ אופרטור לינארי. אומרים ש- $\lambda \in \mathbb{F}$ הוא ערך עצמי (ע"ע) של האופרטור T אם קיים $v \in V$ ש- $v \neq 0$ ו- $Tv = \lambda v$. הוקטור v נקרא וקטור עצמי (ע"ע) של T הקשור ל- λ .

משפט:

יהי $T : V \rightarrow V$ אופרטור לינארי, יהי $B = \{v_1, \dots, v_n\}$ בסיס של V ותהי A המטריצה המייצגת של T יחסית ל- B . אזי אם $\lambda \in \mathbb{F}$ הוא ערך עצמי של T , הוא גם ערך עצמי של A .

הוכחה:

$$[v]_B = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix} \text{ נסמן}$$

A היא המטריצה המייצגת של T יחסית ל- B , ולכן $Tv = A \cdot [v]_B$. λ ע"ע של T , אזי קיים $v \neq 0$ כך ש- $Tv = \lambda v$, זאת אומרת $\lambda [v]_B = A \cdot [v]_B$, ולכן λ ע"ע של A .

2.0 אלגוריתם למציאת ערכים עצמיים של אופרטור

1. נבחר בסיס B של V .
2. נחשב את המטריצה המייצגת A .
3. נרכיב את המשוואה $\det(\lambda I - A) = 0$. זוהי משוואה ממעלה n .
4. מחפשים פתרונות $\lambda_1, \dots, \lambda_s$.