הוכחנו שצורת ז'ורדן של אופרטור נילפוטנטי קיימת. כעת, נוכיח כי היא יחידה (עד כדי שינוי סדר הבלוקים). ניעזר לכך בלמה הבאה:

למה:

יהי $E=\left\{T^{m-1}(v),\dots,T(v),v\right\}$ מסלול מאורך m, יהי $V_0=\operatorname{span}(E)$, ויהי $T=T|_{V_0}$. אזי

$$\dim\left(\ker T_0\cap\operatorname{im}T_0^j\right)=\begin{cases}1, & j<m\\ 0, & j\geq m\end{cases}$$

הוכחה:

נניח $j\geq m$.

$$T^m(v)=0\Rightarrow T^j(v)=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow T^j[E]=\{0\}\Rightarrow\operatorname{im}T_0^j=\{0\}\Rightarrow\dim\left(\ker T_0\cap\operatorname{im}T_0^j\right)=0$$

נניח $j<m$.

נתבונן בווקטורים $T(v),\dots,T^{m-1}(v)$. לכן, $\dim(\operatorname{im}T_0)\geq m-1$.

לכן, $\dim(\ker T_0)+(m-1)\leq\dim(\ker T_0)+\dim(\operatorname{im}T_0)=\dim V_0=m$, כלומר $\dim(\ker T_0)\leq 1$, ומכאן $\dim\left(\ker T_0\cap\operatorname{im}T_0^j\right)\leq 1$.

נתבונן בווקטור $T^{m-1}(v)\neq 0$ (לפי הגדרת המסלול). מצד שני, $T^{m-1}(v)=T^j\left(T^{m-j-1}(v)\right)$ $\operatorname{im}T_0^j$, ובנוסף $T\left(T^{m-1}(v)\right)=T^m(v)=0$, כלומר $T^{m-1}(v)\in\ker T$, כדרוש.