משפט:

1. אם $x_n \to \pm\infty, y_n \to a \in \mathbb{R}$ אזי $\lim_{n\to\infty} x_n + y_n = \pm\infty$ (בהתאם לגבול של x_n)
2. אם $x_n \to \pm\infty, y_n \to a \in \mathbb{R}$ ו- $a \neq 0$ אזי $\lim_{n\to\infty} x_n \cdot y_n = \mathrm{sign}(a) \cdot \pm\infty$ כאשר הסימן של a מוגדר להיות 1 אם הוא חיובי, -1 אם הוא שלילי ו-0 אם הוא 0.
3. $\lim_{n\to\infty} |x_n| = \infty \Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{1}{x_n} = 0$. גם הצד השני נכון, נסו להוכיח את זה לפי המשפטונים הבאים:
   3.1. $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{x_n} = 0 \wedge x_n > 0 \Rightarrow x_n \to \infty$
   3.2. $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{x_n} = 0 \wedge x_n < 0 \Rightarrow x_n \to -\infty$

הוכחה:

1. יהי $M > 0$. מהגדרת הגבול של y_n ידוע ש- $\exists_{n_1}\forall_{n>n_1} : a-1 < y_n < a+1$ ומהגדרת השאיפה לאינסוף של x_n אנחנו יודעים ש- $\exists_{n_2}\forall_{n>n_2} : x_n > M-a+1$ ולכן אם נגדיר $n_0 = \max\{n_1, n_2\}$ אז יתקיים ש- $\forall_{n>n_0} : x_n+y_n > (M-a+1)+(a-1) = M$.
2. נוכיח עבור a חיובי, עבור a שלילי ההוכחה דומה מאוד והדבר היחיד במעט שמשתנה זה סימני אי השיוויון:

יהי $M > 0$. מהגדרת הגבול של y_n ידוע ש- $\exists_{n_1}\forall_{n>n_1} : \frac{a}{2} < y_n < \frac{3a}{2}$ ומהגדרת השאיפה לאינסוף של x_n אנחנו יודעים ש- $\exists_{n_2}\forall_{n>n_2} : x_n > \frac{2}{a}M$ ולכן אם נגדיר $n_0 = \max\{n_1, n_2\}$ אז יתקיים ש- $\forall_{n>n_0} : x_n \cdot y_n > \frac{2}{a}M \cdot \frac{a}{2} = M$.