משפט: הגדרות הגבול של קושי והיינה שקולות. במילים אחרות, $\lim_{x\to a} f(x)=L$ לפי קושי אם ורק אם $\lim_{x\to a} f(x)=L$ לפי היינה

הוכחה. $\boxed{\Leftarrow}$

תהי סדרה לא טריוויאלית ששואפת ל-a, נרצה להוכיח ש- $f(x_n)\to L$. יהי אפסילון גדול מ-0, לפי הגדרת הגבול של קושי, קיים $\delta>0$ כך שלכל x ש- $0<|x-a|<\delta$ מתקיים ש- $|f(x)-L|<\epsilon$

$x_n\to a \Rightarrow \exists N\forall n>N:|x_n-a|<\delta$ ולכן אם ניקח את ה-N הזה יתקיים ש- $\forall n>N:|f(x_n)-L|<\epsilon$.

$\boxed{\Rightarrow}$

נניח בשלילה ש-L לא גבול לפי קושי. אזי $\exists\varepsilon>0\forall\delta>0\exists x:|x-a|<\delta\wedge|f(x)-L|<\varepsilon$. זה נכון לכל דלתא, אז ניקח סדרת דלתות $\delta_n=\frac{1}{n}$ ולכל דלתא קיים x_n שמקיים $|x_n-a|<\delta\wedge|f(x_n)-L|<\varepsilon$ ואז מתקיים ש- $x_n\to a$ אבל $f(x_n)\not\to L$

□