

**הגדרה 1.** היינה מגדיר את הגבול בצורה הבאה:  $L$  הוא הגבול של  $f$  בנקודה  $a$  אם לכל סדרה  $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \rightarrow a, \forall n : x_n \neq a$  יתקיים ש-  $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \rightarrow L$

כלומר לכל סדרת נקודות שהולכת ומתקרבת ל- $a$  (אבל לא מגיעה ל- $a$  אף פעם משום שלא אכפת לנו מה קורה שם) הפונקציה מעתיקה את הנקודות לסדרת נקודות שהולכת ומתקרבת ל- $L$ .

$$\text{דוגמה 1. } \lim_{x \rightarrow 3} x^2 = 9$$

הוכחה. תהי  $x_n \rightarrow 3$  כך ש-  $x_n \neq 3$  אזי  $f(x_n) = x_n^2 \rightarrow 3^2 = 9$  פשוט מאריתמטיקה של גבולות. זה נכון לכל סדרה (כי לקחנו סדרה כללית) ומהגדרת הגבול של היינה קיבלנו את הדרוש.  $\square$

הערה 1 (רגע של לוגיקה). שימו לב שהגדרת הגבול של קושי והיינה הן שונות ואף אחד לא אמר שקולות. לכן טכנית הוכחנו לפני רגע גבול לפי היינה, אבל אולי הוא לא גבול לפי קושי. עוד מעט יתברר שההגדרות אכן שקולות, אבל באופן כללי במתמטיקה צריך להזהר כשיש לכמה דברים שמות זהים