

הגדרה 1. אומרים ש- L הוא גבול של f בנקודה a אם מתקיים

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x : (|x - a| < \delta \rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon)$$

שוב אנו נתקלים בהגדרת גבול שנראית מסובכת במבט ראשון, אבל העקרון העומד מאחוריה הגיוני. אנו רוצים שעבור כל מרחק מ- L (זה ה- ε), לא חשוב כמה קטן, תהיה לנו סביבה של a שבה כל הערכים (מלבד a , משום שהרעיון בגבול זה שלא אכפת לנו מה קורה בנקודה עצמה) מועברים ע"י f למספרים שהמרחק שלהם מ- L קטן מהמרחק ההתחלתי שניתן לנו.

$$\text{דוגמה 1.} \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1 \quad \text{אז} \quad f(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \neq 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

הוכחה. יהי אפסילון גדול מ-0, במקרה הזה אפשר לבחור כל δ , ניקח לדוגמה $\delta = 1$ ונאז לכל x שמקיים $|x - 0| < 1$ מתקיים ש- $|f(x) - 1| = |1 - 1| = 0 < \varepsilon$. \square