אחת הנקודות ש"דחקנו" הצידה היא מהו המימד של K_λ. בלמה הקודמת השתמשנו בו מבלי לקרוא לו בשם. נזכור כי המרחב העצמי המוכלל מכיל את המרחב העצמי, ולכן מימדו חייב להיות גדול (או שווה) לריבוי הגיאומטרי. נשמע מוכר? לא סתם:

למה:

$\dim K_\lambda$ שווה לריבוי האלגברי של λ.

הוכחה:

נסמן B ו־B' בסיסים של K_λ ושל I_λ בהתאמה. נגדיר $\tilde{B} = B \cup B'$ (איחוד זר), $\tilde{B}$ בסיס של V. אם כן,

$$[T]_{\tilde{B}} = \begin{pmatrix} [T]_B & 0 \\ 0 & [T]_{B'} \end{pmatrix}$$

ולכן $p_T(x) = p_{T|_{K_\lambda}}(x) \cdot p_{T|_{I_\lambda}}(x)$. לכן, לפי הלמה הקודמת, אם נסמן $m = \dim K_\lambda$, נקבל

$$p_T(x) = p_{T|_{K_\lambda}}(x) \cdot p_{T|_{I_\lambda}}(x) = (x-\lambda)^m \cdot p_{T|_{I_\lambda}}(x)$$

נותר להוכיח ש־λ איננו שורש של $p_{T|_{I_\lambda}}(x)$. אנו יודעים כי $\{0\} \subseteq V_\lambda \subseteq K_\lambda \subseteq V$, והוכחנו כי $K_\lambda \cap I_\lambda = \{0\}$. לכן, גם $V_\lambda \cap I_\lambda = \{0\}$. כלומר, אין וקטור עצמי הקשור ל־λ ב־I_λ, ומכאן ששום ערך עצמי של האופרטור $T|_{I_\lambda}$ איננו שווה ל־λ. לכן, $(x-\lambda)$ אינו מחלק את הפולינום האופייני $p_{T|_{I_\lambda}}(x)$.

אם כן, m הוא הריבוי האלגברי של λ, כדרוש.