למה:

1. **יהיו** $\lambda,\mu \in \mathbb{F}$ **שני ערכים עצמיים שונים של** T**, ויהי** $0 \neq v \in K_\lambda$**. אזי** $K_\lambda \ni (T-\lambda I)(v) \neq 0$.
2. **יהיו** $\lambda,\mu \in \mathbb{F}$ **שני ערכים עצמיים שונים של** T**. אזי** $K_\lambda \cap K_\mu = \{0\}$.

הוכחה:

1. K_λ **אינווריאנטי. ניקח** $p(T) = T - \mu I$**, ונקבל כי** $(T-\mu I)(v) \in K_\lambda$**. נוכיח** $(T-\mu I)(v) \neq 0$.

   נניח בשלילה כי $(T-\mu I)(v) = 0$**, לכן** $T(v) = \mu v$**. ניתן לבדוק כי אם** $f(x) \in \mathbb{F}[x]$**, אזי** $f(T)(v) = f(\mu)v$**. נבחר** $f(x) = (x-\lambda)^n$**. אם כן,** $f(T) = (T-\lambda I)^n$**. מכאן קיבלנו**

   $$\underbrace{(T-\lambda I)^n(v)}_{=0} = \underbrace{(\mu-\lambda)^n v}_{\neq 0}$$

   בסתירה, כדרוש.

2. **נניח שקיים** $v \in K_\lambda$**,** $v \in K_\mu$**. נוכיח ש־**$v=0$.

   נניח בשלילה ש־$v \neq 0$**, ונתבונן בווקטורים הבאים:**

   $$\underbrace{v}_{\in K_\lambda, \neq 0}, \underbrace{(T-\mu I)(v)}_{\in K_\lambda, \neq 0}, \underbrace{(T-\mu I)^2(v)}_{\in K_\lambda, \neq 0}, \ldots, \underbrace{(T-\mu I)^n(v)}_{\in K_\lambda, \neq 0}$$

   בסתירה להנחה שלפיה $v \in K_\mu$.