למה:

יהי $V=U_1\oplus\cdots\oplus U_k$ סכום ישר של תתי־מרחבים אינווריאנטיים תחת האופרטור הלינארי $T:V\to V$. אזי מתקיים:

1. $\ker T=\ker T|_{U_1}\oplus\cdots\oplus\ker T|_{U_k}$
2. $imT=imT|_{U_1}\oplus\cdots\oplus imT|_{U_k}$

הוכחה:

כל $v\in V$ ניתן להצגה בצורה $v=u_1+\cdots+u_k$, כאשר $u_i\in U_i$ לכל $i=1,\ldots,k$.
לכן, $T(v)=T(u_1)+\cdots+T(u_k)$. לכן $w=w_1+\cdots+w_k$, כאשר לכל $i=1,\ldots,k$, מתקיים $w_i\in U_i$ כי U_i אינווריאנטי.

$v\in\ker T\Leftrightarrow T(v)=0\Leftrightarrow w=0\Leftrightarrow(i=1,\ldots,k)\,w_i=0\Leftrightarrow u_i\in\ker T|_{U_i}$

$w\in imT\Leftrightarrow w_i\in imT|_{U_i}$

שני הסכומים הם ישרים, כי המחוברים הם תתי־מרחבים של U_i.