למה:

אם $V = U_1 \oplus \cdots \oplus U_k$**, ולכל** $i = 1, \ldots, k$ **נתונים תתי־מרחבים** $V_i, W_i \subseteq U_i$**, אזי:**
$(V_1 \oplus \cdots \oplus V_k) \cap (W_1 \oplus \cdots \oplus W_k) = (V_1 \cap W_1) \oplus \cdots \oplus (V_k \cap W_k)$

הוכחה:

הביטוי בצד שמאל חוקי; הסכומים ישרים, כי V_i ו־W_i הם חלקים של U_i, ולכן כל החיתוכים הנדרשים הם אפסים. אותו נימוק עובד לביטוי בצד ימין, והסכום הוא גם ישר.

נוכיח את השוויון הדרוש באמצעות הכלה דו־כיוונית.

$\boxed{\subseteq}$

יהי $z \in (V_1 \oplus \cdots \oplus V_k) \cap (W_1 \oplus \cdots \oplus W_k)$. לכן $z = v_1 + \cdots + v_k$ וכן $z = w_1 + \cdots + w_k$. קיבלנו שמתקיים $\underbrace{v_1}_{\in U_1} + \cdots + \underbrace{v_k}_{\in U_k} = \underbrace{w_1}_{\in U_1} + \cdots + \underbrace{w_k}_{\in U_k}$

לפי יחידות ההצגה, $v_i = w_i \in V_i \cap W_i$ לכל $i = 1, \ldots, k$; לכן, $z \in (V_1 \cap W_1) \oplus \cdots \oplus (V_k \cap W_k)$

$\boxed{\supseteq}$

יהי $z \in (V_1 \cap W_1) \oplus \cdots \oplus (V_k \cap W_k)$, לכן $z = u_1 + \cdots + u_k$

מצד אחד, $u_i \in V_i$ לכל i, ולכן $z \in V_1 \oplus \cdots \oplus V_k$. מצד שני, $u_i \in W_i$ לכל i, ולכן $z \in W_1 \oplus \cdots \oplus W_k$.

בסך הכל, $z \in (V_1 \oplus \cdots \oplus V_k) \cap (W_1 \oplus \cdots \oplus W_k)$.